

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу Фиса Михайла Михайловича "Математичні моделі розподілу густини надр планет та їх гравітаційних полів", представлену на здобуття вченого ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 04.24.01 – геодезія, фотограмметрія та картографія.

Дисертація Фиса М.М. присвячена вирішенню важливої наукової проблеми в геодезії – встановлення зв'язку тривимірної функції розподілу мас еліпсоїдальної планети та її гравітаційного потенціалу.

При вивченні фігури Землі та планет важливим моментом є одночасне дослідження їх внутрішньої структури та гравітаційного поля. Така постановка задачі була сформульована вже давно. Але згодом вдалося звести задачу визначення фігури планет без урахування їх внутрішньої будови. Таким чином, проблема розділилась на дві частини: 1) визначення форми небесного тіла за його гравітаційним полем, що є основною задачею фізичної геодезії; та 2) встановлення структури планетарних надр, реалізованої в основному для Землі, що є предметом вивчення геофізики.

Класична теорія гравітаційного потенціалу еліпсоїда, яка була предметом вивчення ряду визначних вчених, використовується в природничих науках: астрономії, астрофізиці, атомній фізиці, однак у геодезії вона практично не використовувалась. Такі дослідження започаткував Ньютон ще у своїх філософських трактатах, у яких вивчав стійкість обертання однорідного еліпсоїда. На протязі століть результати доповнювались багатьма видатними вченими: зображення потенціалу стиснутого еліпсоїда отримав Маклорен; сучасний запис похідних потенціалу вперше ввів Гаусс; а сьгоднішній стан досліджень характерний широким їх використанням для вивчення стійкості галактик.

Актуальність теми полягає в тому, що розвиток методологічної, теоретичної та інструментальної бази геодезії й геофізики призвів до отримання принципово нових знань про фігуру, гравітаційне поле й будову Землі та процеси, які є в її надрах. У зв'язку з перспективою розробки загальної теорії еволюції Землі набули особливої актуальності проблемні питання фізичної геодезії й геодинаміки, успішне вирішення яких потребує інтегрованого підходу в напрацюванні знань у таких науках про Землю, як геодезія, геофізика, геологія та астрономія.

Тема дисертаційної роботи охоплює широкий спектр теоретичних досліджень у побудові математичних моделей, які розкривають взаємозв'язок між зовнішнім і внутрішнім гравітаційним полем та розподілом густини в надрах планети. Ці дослідження на абсолютно новому теоретичному рівні продовжують геодезичну історичну традицію, започатковану ще Клеро, котрий стверджував, що зовнішнє і внутрішнє поле сили тяжіння і його генеруюче джерело – розподіл густини всередині Землі нерозривно взаємозв'язані. Астрономогеодезія, що вивчає фігуру і гравітаційне поле Землі за допомогою астрономогеодезичних та гравіметричних вимірювань і точного нівелювання, має майже 200-річну історію. Класичне вирішення природничо-наукових задач астрономогеодезії показує приклади тісного зв'язку астрономії, геодезії, механіки та математики. Новий розвиток астрономогеодезії окреслив нову предметну область геодезії – фізичну геодезію, визначену як проблема вивчення внутрішньої структури земної кулі, твердої оболонки Землі, порушень рівноваги в ній, деформацій і переміщень різних частин літосфери. Основні положення фізико-геометричного методу вивчення фігури Землі та її гравітаційного поля взагалі, а геоїда - зокрема, розвиваються

шляхом спільного використання даних астрономогеодезії, геології, геофізики, географії та геотектоніки. Ідеї міждисциплінарного вивчення фігури, гравітаційного поля і внутрішньої будови Землі знайшли своє продовження в багатьох наукових працях, були розвинуті та узагальнені на рубежі ХХ-ХХІ ст.

Дійсно, орбітальний рух і еволюція фігури планет значною мірою визначаються їхньою внутрішньою структурною будовою та потенціалом сили тяжіння. Потенціал притягання, який є основною складовою сили тяжіння, генерується функцією розподілу мас і поверхнею, що обмежує тіло, та поділяється на внутрішній і зовнішній. Значення першого експериментально не визначається, а тому дані про другий, які отримують зі спостережень за орбітами штучних супутників Землі й результатами наземних гравіметричних вимірювань, є основним джерелом інформації.

Визначення зовнішнього потенціалу Землі (планет) є основною задачею фізичної та супутникової геодезії. З потенціалом та густиною планет пов'язана ще одна важлива характеристика – гравітаційна (потенціальна) енергія, фізичний зміст якої – це робота, витрачена на переміщення мас в об'ємному тілі. Основні дослідження даної характеристики проводились в рамках вивчення гідростатично врівноважених планет, оскільки мінімум потенціальної енергії забезпечує такий стан. Побудова моделей розподілу величин потенціалу, густини та поверхні тіла є надзвичайно актуальною проблемою в науках про Землю та планети. Вибір методів та алгоритмів їх визначення залежить від поставленої задачі та відомої інформації.

Оскільки дослідження виконуються, в основному, для тіл еліпсоїдальної форми, то виникає необхідність в удосконаленні апарату наближення функцій в еліпсоїді, який може бути реалізований за допомогою многочленів трьох змінних. Побудову ортогональних систем можна було б виконати за допомогою процесу Грама-Шмідта, однак реалізувати точні математичні процедури на сучасному етапі розвитку засобів обчислень ще зарано, а тому практично неможливо. Тому будуються дві біортогональні системи многочленів в еліпсоїді. Вони дозволяють представити функцію розподілу мас у вигляді суми ряду з коефіцієнтами розкладу, визначення яких за даними про гравітаційне поле можливе лише наближено. При великій кількості членів ряду реалізація алгоритму ускладнюється, у зв'язку із чим виникає необхідність удосконалення методики обчислень. Наявність великої кількості даних у вигляді коефіцієнтів розкладу (стоксових постійних) має бути раціонально використана, для цього треба знайти новий метод їх застосування для знаходження коефіцієнтів розкладу. Властивості біортогональних систем дають можливість описати потенціал еліпсоїдального тіла рівномірно збіжним рядом. Класичні результати представлення потенціалу еліпсоїда дозволяють обчислювати елементи для кульових планет у замкнутому вигляді. В еліпсоїдальному випадку обчислення елементів значно ускладнюється. Тому більш раціонально обчислювати їх наближено. Для цього сферично-симетричні розподіли доцільно представляти у вигляді комбінацій многочленів Лежандра однієї змінної. Це дало можливість також визначати гравітаційну енергію одновимірною функцією для еліпсоїда. Практичне застосування такого методу дозволило отримати не тільки оцінку значення енергії, а й використати її для вивчення стану гідростатичної рівноваги Землі.

Робота пов'язана з офіційними науковими програмами, планами, темами. Дослідження, виконані автором за темою дисертації, відповідають тематиці кафедри картографії та геопросторового моделювання "Математичне моделювання в геодезії, геофізиці із прогнозуванням розвитку територій на основі їх картографування та врахування функціональних властивостей і впливу геодинамічних процесів", що є

одним із напрямів Інституту геодезії "Дослідження фігури та зовнішнього гравітаційного поля Землі та планет, створення геоінформаційних систем, програмних продуктів і баз геопросторових даних". Також деякі питання за темою дисертації знайшли відображення в рамках наукової програми Міжнародного проекту, підготованого в межах полярного року (2007-2008 р.) Polar Earth Observing Network (POLENET) – керівник Terry Wilson, Ohio State University, USA.

У **першому розділі** виконано аналіз методів вивчення планетарних характеристик та сформульовано постановку задачі, у якій виникає необхідність установлення стійкого зв'язку коефіцієнтів розкладу із представленням гравітаційного поля, особливо зовнішнього, яке в принципі вважається відомим, і це дає можливість визначати їх по потенціалу. Реалізація такого зв'язку забезпечується обчисленням членів розкладу гравітаційного поля, які є потенціалами й володіють усіма їх властивостями. Оскільки область розгляду – це еліпсоїд, то дається можливість використати класичну теорію потенціалу еліпсоїда для таких досліджень, а саме: встановити вирази для вирахування функцій розкладу. Такий підхід визначає залежність між гравітаційним полем планет, апроксимованих трьохосевим еліпсоїдом та їх розподілом густини надр, поданих розкладами по біортогональних рядах. Автор правильно вибрав шлях створення методу визначення величин розподілу щільності, який є рішенням проблеми, сформульованої в даному випадку як обчислення коефіцієнтів розкладу за відомим потенціалом і представляє собою обернену задачу теорії потенціалу та називається оберненою геофізичною задачею, яка є неоднозначною та нестійкою навіть для простих тіл.

Для цих умов автором доведена єдність розкладу до четвертого порядку включно, при заданому поверхневому розподілі щільності. Доведена можливість додаткового залучення стоксових постійних вище другого (третього й четвертого) порядку, що дозволяє в подальшому створити наближений метод побудови тривимірного розподілу мас, у якому наближені величини є контрольованими, бо поверхневі інтеграли можна вважати прогнозованими на поверхні планети або хоча б передбачувати їхню поведінку. Для наближеного класичного методу проведені дослідження: при заданих стоксових постійних та параметрах динамічного стиснення доведена єдинність розкладу по нормі найменшого середньо-квадратичного відхилення; стоксові постійні та динамічне стиснення приведені до загальнопланетарної системи відліку; а також подане формальне представлення значення густини в центрі мас та досліджені варіації цієї величини для різних планетарних тіл. Зроблений порівняльний аналіз можливого використання цих двох методів. Значну роль у дослідженнях автора займає система функцій, яка є повною, але, на відміну від кульових, неортогональною. Разом із тим розклад по цих функціях має свої переваги, а саме: ряди за цими функціями є всюди збіжними. Коефіцієнти розкладу є одночасно й коефіцієнтами для розкладу функції розподілу мас. Для функцій внутрішнього потенціалу розроблені алгоритми їх обчислень, причому як для зовнішнього, так і внутрішнього гравітаційного поля планет, що дозволяє знаходити одночасно внутрішній і зовнішній потенціал планетарних тіл при відомих коефіцієнтах розкладу, тобто при заданій функції щільності. Оскільки для кулі існують дві

системи многочленів $\{W_{mnk}\}$, $\{\omega_{mnk}\}$, що біортогональні одна до другої, то одним із завдань даної роботи саме і є узагальнення таких систем на випадок тривісного еліпсоїда з подальшим установленням їх властивостей, які забезпечують подальше використання таких систем при вивченні зовнішнього гравітаційного поля. На основі встановленого представлення гравітаційного поля в прямокутній системі відліку отримані стоксові постійні для спеціальних розподілів. Використання формули Родріга для многочленів W_{mnk} породжує систему гармонійних функцій по єдиному алгоритму.

Таким чином, у першому розділі обґрунтована необхідність єдиного підходу до вивчення інтегральних характеристик (внутрішнього потенціалу, гравітаційної енергії й інших) та гравітаційних полів небесних тіл; зроблений аналіз сучасного стану визначення основних внутрішніх параметрів: описані методи їх вивчення, вказана можливість отримання спостереженої інформації цих величин, подані способи їх обчислень; виконаний порівняльний аналіз методів представлення зовнішнього гравітаційного поля планет. Для тіл несферичної форми (еліпсоїда) показана необхідність використання рядів, елементи яких не є кульовими функціями, а саме використання еліпсоїдальних функцій дає можливість більш точно описати зовнішній потенціал еліпсоїда, при меншій кількості членів розкладу. Запропонована система неортогональних функцій дає можливість обчислювати значення зовнішнього й внутрішнього потенціалу, у залежності від визначення коефіцієнтів розкладу. Запропоновано спосіб опису потенціалу еліпсоїда, який дає можливість досліджувати збіжність різних його представлень, а при постійній величині потенціалу отримати поверхню рівня (для Землі - геоїд).

У **другому розділі** використано новий підхід до вирішення проблеми. Автор використовує апроксимацію дуже складних функцій многочленами, потім проводить їхню ортогоналізацію. Оскільки тут виникають похибки, то автор мінімізує їх по середньоквадратичній нормі й отримує квазіортогональні функції, які дають збіжні ряди та швидко обчислюють суми їхніх членів. Автором доведена можливість використання такого підходу. Заслуга автора в тому, що він зумів побудувати таку схему розробки теоретичного методу, який має практичне застосування. Конкретні результати другого розділу полягають у наступному. За допомогою твірних функцій визначені дві системи тривимірних многочленів в еліпсоїді (ω_{mnk}, W_{mnk}) , ортогональних одна до одної (біортогональних). Досліджені й доведені основні властивості систем (ω_{mnk}, W_{mnk}) , встановлена їх "квазіортогональність", виведені формули Родріга для трьох змінних, приведені рекурентні співвідношення для (ω_{mnk}, W_{mnk}) . Знайдені аналітичні зображення для виразів ω_{mnk}, W_{mnk} представляють їх в явному вигляді. Для функцій W_{mnk} встановлені нерівності, які визначають обмеження на їх значення. Досліджені основні властивості рядів за двома системами многочленів: встановлені нерівність Бесселя та рівність Парсеваля для ортогональних рядів. З їх допомогою доведена їх біортогональність та доведена збіжність у середньому для кусково-неперервних функцій. Математичний апарат, адаптований до реалізації апроксимації тривимірних розподілів мас планети, які з великою вірогідністю можна вважати

функційсько-неперервними.

У **третьому розділі** автор виконує дослідження гравітаційного поля планет за допомогою біортогональних рядів.

Використання гравітаційного поля планет, зокрема, Землі для вивчення їх внутрішньої будови вимагає нових підходів до його визначення. Дійсно, розклад за сферичними зображеннями вже досягає степені вище за тисячу й, очевидно, несе масу нової інформації. Проте, таке представлення значно збільшує час і похибки обчислень, які можуть бути співвимірні з даними спостережень або навіть перевищувати їх. Крім того, збіжність у приповерхневих областях є проблематичною та навіть можливі розбіжності таких представлень. Автором запропонована система гармонійних функцій, яка враховує внутрішню структуру планети і є збіжною, зокрема, і на поверхні еліпсоїда, а тому дозволяє вивчати детальніше тонкі структури будови планет. Такі розклади є правомірними, бо для менших степенів дають чіткішу картину, тим більше, що при переході через поверхню планети зберігається неперервність зображення, що дає можливість обчислювати один із варіантів внутрішнього потенціалу, який узгоджений із зовнішнім, тобто це є свого роду його аналітичне продовження. Результати, отримані автором у третьому розділі, дали нові знання й відкривають нові можливості для нових досліджень. Зокрема, виведені формули, які визначають зовнішні та внутрішні кульові функції в загально планетарній системі координат, та запропонований спосіб їх перевірки. Досліджена структура стоксових постійних об'ємного тіла на основі представлення потенціалу в прямокутній системі координат. Запропонована їх класифікація по групах у залежності від виду розподілу мас у середині тіла (1,2,3-вимірні). Показана можливість визначення одновимірної функції розподілу мас двохвісового еліпсоїда. Установлена важлива властивість лінійної комбінації коефіцієнтів розкладу в стоксових постійних. Запропонована система неортогональних гармонічних функцій, яка дає представлення гравітаційного поля еліпсоїдальної планети всюди збіжними рядами при відомих коефіцієнтах розкладу.

Виведені формули обчислення функцій розкладу з використанням геометричних характеристик тривісового еліпсоїда (потенціальних факторів). Виконаний аналіз їх визначення за точними та наближеними співвідношеннями.

Показано співпадання комбінацій величин із внутрішніми та зовнішніми кульовими функціями у випадку сферичної планети.

Подано зображення потенціалу у вигляді негармонічних усюди збіжних рядів, яке може бути використано при розв'язанні прямих задач гравіметрії.

На конкретному прикладі показана можливість обчислення коефіцієнтів розкладу таких зображень за відомим зовнішнім гравітаційним полем. Їхні значення можна використовувати при інтерпретації внутрішньої структури планет та побудови модельних розподілів мас її надр.

Оскільки доцільність представлення функції розподілу мас комбінаціями многочленів і коефіцієнтів розкладу доведена, то можна перейти до побудови тривимірних моделей розподілу мас більш складних моделей планет, що й зроблено в **четвертому розділі** дисертації. При цьому саме вибір приведених

поліномів дозволив проводити теоретичні дослідження елементів гравітаційного поля, наприклад, його стоксових постійних. Із допомогою біортогональних розкладів можна представляти по іншому потенціали планет. Це дозволило з інших позицій інтерпретувати їхні гравітаційні особливості, адже, коефіцієнти розкладу нижчих порядків входять у стоксові постійні більш високих степенів, а тому автоматично при цьому враховуються й вищі гармоніки. Крім того, розклад несе глибокий геофізичний зміст, адже його збіжність у середньоквадратичному гарантує розгляд усіх можливих сукупностей розподілів мас, які з фізичної точки зору вважаються кусково – неперервними. Такий розклад є найбільш загальним, оскільки його обмеження в розумінні збіжності (наприклад, рівномірної) не є доцільним, бо тоді буде розглядатись не вся сукупність розподілів, а лише її частина. При побудові тривимірних моделей автор закономірно й необхідно враховує попередні дослідження, що відображаються у відомих сферично-симетричних моделях планет, особливо добре вивчених для Землі.

Вивід автором формул для співвідношення між значенням щільності планети в її центрі й значенням на її поверхні дає можливість установлювати допустимі величини, адже створення обґрунтованих моделей розподілу дає можливість вивчати внутрішню структуру планет, а узгоджені параметри використовувати в астрономії для вивчення орбітальних рухів планет. Зв'язок між поверхневим значенням густини ρ в центрі дозволяє досліджувати вплив структури кора–мантія на загальнопланетарну внутрішню будову небесних тіл.

Автором досліджені умови однозначного визначення тривимірної функції розподілу мас еліпсоїдальної планети в залежності від вихідної інформації. Запропонована методика використання трансформант потенціалу для побудови більш точних моделей розподілу мас планетарних мас.

Запропонований метод наближеної побудови розподілу мас через коефіцієнти розкладу без зведення до проблеми моментів, а також подана оцінка точності таких побудов. Досліджений і модернізований наближений метод створення тривимірних моделей із використанням даних про зовнішнє гравітаційне поле.

Розроблений алгоритм точного та наближеного методу визначення коефіцієнтів розкладу з використанням степеневих моментів до другого порядку включно, визначена структура такого розв'язку.

Подані можливі межі значення густини в центрі небесного тіла, а також знайдений аналітичний вираз для нього. На його основі проведені обчислення для планет Сонячної системи.

Запропонований новий підхід до використання стоксових постійних вищих порядків при побудові моделей густини, досліджені умови єдності розв'язання такої задачі. Наведений алгоритм використання стоксових постійних до другого порядку при умові, що наближена модель (функція розподілу) є постійною, знайдені похідні для такого розподілу визначаються безпосередньо без диференціювання самої функції. Запропонована схема подальшого використання такого підходу: визначені матриці систем, досліджена можливість однозначного визначення коефіцієнтів розкладу.

На відміну від зовнішнього потенціалу, вивчення внутрішнього потенціалу пов'язане з рядом труднощів, що пояснюється неможливістю спостерігати його та практичною недосконалістю його опису. Адже, на відміну від зовнішнього поля, при використанні внутрішнього потенціалу доводиться в залежності від точки розміщення змінювати область інтегрування, що не може не вплинути на якість використання таких алгоритмів. Тому в 5-му розділі дисертації автор використав методіку, яка успішно використовується в астрофізиці та атомній фізиці, і адаптував її до вирішення поставлених задач обчислення внутрішнього потенціалу та гравітаційної енергії еліпсоїдальних планет.

Визначення умов, при яких планета перебуває в стані гідростатичної рівноваги, або ж відхилення від неї реального тіла, дали автору можливість своїми методами встановлювати механізм перерозподілу мас. Це у свою чергу дало основу для дослідження та інтерпретації динамічних процесів у середині небесного тіла. Стан гідростатичної рівноваги дозволяє розв'язувати ряд задач фізики планет. По-перше, з'явилася можливість інтерпретації аномалій зовнішнього гравітаційного поля. Відхилення густини розподілу мас від гідростатично врівноваженого стану дали можливість більш повно трактувати їх як "аномалії мас", тим більше що розглядається тривимірний випадок. По-друге, визначення величини мінімальної енергії також дозволяє робити висновки про стан спокою або динамічних змін у середині тіла, а оцінки значень потенціалу та енергії в тектоносфері також розкривають механізми руху континентальних плит.

Оскільки визначені функції розміщення мас не відповідають реально існуючим, то автор із великою вірогідністю стверджує, що стан Землі далеко не відповідає стану гідростатичної рівноваги.

Отже, у **п'ятому розділі** автором досягнуті такі наукові результати. Розроблені формули для визначення потенціалу еліпсоїдальної планети. Показана необхідність апроксимації кусково-неперервних функцій відносного радіуса парними степенями та запропоновано їх наближення поліномами Лежандра. Вивчені критерії їх збіжності многочленів та визначена оптимальна кількість членів наближення. Апробована методика обчислення енергії наближеними методами та зроблене порівняння з результатами обчислень по точних формулах для сферичної планети.

Запропонований метод апробований для визначення основних характеристик на прикладі референцної моделі PREM для Землі. На основі досліджень зроблений висновок про ефективність поданої методіки, яка підтверджується порівнянням точного та наближених методів для кулі й може використовуватись для подальшого використання при визначенні величин гравітаційної енергії для еліпсоїдальної планети. Розроблена автором методика обчислення основних інтегральних характеристик тривимірної еліпсоїдальної планети представляє собою механізм дослідження гідростатичного (негідростатичного) стану планети.

Таким чином, основні наукові та практичні результати роботи полягають у наступному:

1. Удосконалена методика апроксимації кусково-неперервних функцій в

еліпсоїді на основі двох біортогональних систем многочленів. Установлені властивості цих систем, що дають можливість використати їх для побудови тривимірних розподілів густини мас усередині планети.

2. Уперше введено систему неортогональних функцій, гармонічних поза небесним тілом, фігурою якого є тривісний еліпсоїд. Потенціал планети з їх допомогою описується всюди збіжними рядами, які у випадку сферичної планети, збігаються з рядами за зовнішніми кульовими функціями.

3. Уперше отримано представлення потенціалу планети сумою негармонічних функцій. Показана можливість його застосування для розв'язання прямих і дослідженні обернених задач гравіметрії.

4. Уперше знайдено формальне представлення для значення функції густини в центрі мас еліпсоїдальної планети. Визначені межі зміни для небесних тіл Сонячної системи, які необхідно враховувати при побудові модельних розподілів мас надр планет.

5. Уточнені аналітичні вирази кульових функцій (зовнішніх та внутрішніх) у прямокутній системі координат, що дає можливість використовувати їх у задачах супутникової та фізичної геодезії, а також при дослідженні внутрішньої неоднорідної структури планет.

6. Уперше подана методика зведення даних спостережень у загальнопланетарну систему відліку, що значно зменшує кількість обчислень у процесі побудови тривимірних моделей. Розгляд часткового випадку обґрунтовує можливість використання стокових постійних без їх попереднього перетворення.

7. Удосконалено наближений метод побудови тривимірних розподілів густини мас із метою спрощення алгоритму та запропонований новий підхід до їх визначення. Застосування поверхневих інтегралів для зображення стокових постійних (до четвертого порядку включно) дало можливість визначити однозначно функцію розподілу густини мас та її похідних.

8. Уперше виведені формули обчислення потенціалу еліпсоїда для деяких розподілів мас, які використані для обчислення потенціалу кульової та еліпсоїдальної планети й гравітаційної енергії.

9. Запропоновано метод наближення кусково-неперервних одновимірних функцій розподілу густини надр еліпсоїдальної та сферичної планети з використанням многочленів Лежандра різними способами, досліджені умови збіжності, а також обґрунтований вибір оптимальної кількості доданків у сумі.

10. Уперше запропоновані формули обчислення наближеного значення енергії кулі й еліпсоїда та показана їх узгодженість із виведеними точними виразами для енергії кульової планети. Розроблена методика застосована для вивчення інтегральних характеристик планети Земля, функція розподілу мас якої визначається як референсна модель PREM.

11. Аналітичні вирази знаходження потенціалу та енергії тривимірної еліпсоїдальної планети використані для дослідження стану гідростатичної (негідростатичної) рівноваги на прикладі Землі, густина розподілу мас якої – многочлен другого степеня за змінними x , y , z . Виконані обчислення та їх аналіз дозволяють зробити висновок про суттєве відхилення планети Земля від стану

гідростатичної рівноваги.

Загалом, дисертація Фиса М.М. представляє собою значний вклад у науку. Розроблені автором теоретичні методи та закінчені й придатні для використання методики, а також отримані автором кількісні характеристики значно збільшили можливості обробки результатів польотів штучних супутників навколо Землі та інших планет.

Висновки автора по дисертації повністю відображають наукові досягнення автора та відповідають меті й задачам досліджень, а також сформульованим науковим положенням.

Список використаних джерел свідчить про ретельну проробку літературних та фондових джерел, а також про відображення їх результатів у працях автора.

У додатку приводяться формули, які використовуються в тексті декілька разів.

Таким чином, можна стверджувати, що дисертантом проведений значний та замкнутий цикл у логічній послідовності побудованих досліджень, починаючи від аналізу проблеми, розробки методологічних принципів і теоретичних засад, до фізико-математичного моделювання, створення методів розв'язку поставлених задач та практичного втілення результатів.

Разом із тим дисертація викликає ряд зауважень, основні з яких зводяться до наступного.

1. Ураховуючи зростаючий інтерес до дослідження супутника Місяць та пілотованих польотів на Марс, у розділі про практичне застосування результатів доцільно більш детально їх описати.

2. В авторефераті формула (24) не дає конкретного алгоритму та умов однозначного розв'язку оберненої задачі, а приведений числовий приклад лише ілюструє його знаходження.

3. Не розглянуті часові зміни гравітаційного поля планети.

4. Приведені карти аномалій густини розподілу мас варто було б детально проаналізувати з подальшою інтерпретацією.

5. Викладення методів Абеля та Чезаре для дисертації зайве.

6. У тексті дисертації в окремих місцях, наприклад, на стор. 53 та декількох інших, допущені орфографічні помилки.

7. На стор 21 у абзаці 2 відсутні всі потрібні коми та крапки, крім останньої.

8. На стор.29 в останньому абзаці незрозуміла тавтологія, а в 2-му абзаці незрозуміле закінчення речення.

9. На стор.46 не дано роз'яснення терміну «квазіортогональність», оскільки частина слова «квазі» має багато значень.

Наведені зауваження не можуть змінити високу в цілому оцінку дисертаційної роботи, яка зазначається в наступних висновках.

1. Дисертація Фиса М.М. у зв'язку з перспективою розробки загальної теорії еволюції Землі поглиблює та розкриває уявлення про закономірності

розвитку планет та накопичення знань про фігуру, гравітаційне поле і будову Землі та процеси, які є в її надрах. Дисертація, що розглядається, є значною й закінченою науковою працею, у якій отримані нові теоретичні та експериментальні результати, що в сукупності є значним досягненням для розвитку напрямку наукових методів геоінформаційного забезпечення України. Наведені автором дослідження дозволяють істотно підвищити ефективність геодезичних, астрономічних, геофізичних та геологічних робіт. Таким чином, дисертація Фіса М.М. має безсумнівне теоретичне та практичне значення й повністю відповідає вимогам, що пред'являються до дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук.

2. Усі наукові положення, що виносяться на захист, є новими та достовірними, обґрунтованими результатами науково-методичних розробок автора з використанням фізичних уявлень про процеси взаємодії геологічних, геофізичних явищ та сучасного математичного апарата, чисельних експериментів із використанням значного фактичного матеріалу.

3. Основні результати дисертації повністю викладені в наукових фахових виданнях, кількість таких публікацій перевищує нормативні показники ДАК МОН України. При виконанні розробок, виконаних у співавторстві, чітко визначений особистий внесок автора дисертації. Робота в достатній мірі апробована. Автореферат у повній мірі відображає основні положення дисертації. Робота оформлена у відповідності до діючих вимог, написана грамотною літературною мовою, логічно побудована. Практичне втілення результатів підтверджено документами, досягнуті результати мають перспективу подальшого використання на всій території України та у світі.

Таким чином, рецензована робота є актуальною науково змістовною завершеною працею, яка за постановкою проблеми та отриманими результатами, безумовно, відповідає вимогам ДАК МОН України, що висувуються до докторських дисертацій, а її автор Фіс Михайло Михайлович заслуговує присудження ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.24.01 – геодезія, фотограмметрія та картографія.

Офіційний опонент
професор кафедри інформатики
та прикладної математики фізико-математичного факультету
Криворізького педагогічного інституту
ДВНЗ «Криворізький національний університет»,
доктор фізико-математичних наук,
професор



Учений секретар
ДВНЗ «Криворізький національний університет»
у відомстві
Трущаківська Т.І. М.І.
10.11.2016